

博士前期課程
2026 年 4 月入学 一般入試

大学院ヘルスシステム統合科学研究科
医療機器医用材料部門

「選択科目」
(試験時間：120 分)

問題用紙

注意事項

1. 「解答はじめ」の指示があるまでは、次ページ以降を見てはいけません。
2. 「確率統計」、「微分積分」、「微分方程式/フーリエ・ラプラス変換」、「線形代数」、「情報理論」の 5 科目の問題が、それぞれ 1 枚ずつこの順にあります。3 科目を選択して解答しなさい。
3. 解答用紙 5 枚と下書き用紙 1 枚を配布しますが、左上に書かれた科目の問題に対する解答を書きなさい。
解答が表面だけで書けない場合には、続きを裏面に書きなさい。
4. すべての解答用紙と下書き用紙の右上には、受験番号と氏名を書きなさい。
5. 選択した科目に対しては、解答用紙の科目選択欄に『○印』をつけなさい。
6. 「解答やめ」の指示で、直ちに解答を止めなさい。指示の後も筆記用具を持っている場合には不正行為と見なします。
7. 解答時間が終了すると、解答用紙と下書き用紙は回収します。
8. 問題等で質問がある場合には、静かに挙手をしなさい。試験監督者が質問を取り次ぎます。

確率・統計

問 1 事象 X の生起確率を $P(X)$, 事象 X の余事象を $\bar{X}$ と表わし , 事象 X と Y の和事象および積事象を , それぞれ , $X \cup Y$ および $X \cap Y$ と表わす . また , 事象 Y が生起したという条件の下での事象 X の生起確率 (条件付確率) を $P(X|Y)$ と表わす . 以下の問に答えよ .

(1-a) 事象 A, B, C について , $P(A \cap B) = 0.5$, $P(A \cap B \cap C) = 0.2$ とする . このとき , $P(\bar{C}|A \cap B)$ の値を求めよ .

(1-b) 事象 A, B について , $P(A \cup B) \geq P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$ が成り立つことを証明せよ .

(1-c) 事象 A, B, C について , $P(A \cup B \cup C) \leq P(A) + P(B) + P(C) - 2 \cdot P(A \cap B \cap C)$ が成り立つことを証明せよ .

問 2 離散型確率変数 X において , $X = k$ ($k = 1, 2, \dots$) となる確率 p_k が以下で与えられるものとする . ただし , a と b は定数であり , $0 < a < 1$ である .

$$p_k = b \cdot a^{k-1}$$

このとき , 以下の問に答えよ .

(2-a) 確率の定義によれば , $\sum_{k=1}^{\infty} p_k$ はいくらか . 具体的な値を記せ .

(2-b) $\sum_{k=1}^{\infty} p_k$ を , a と b を用いた式で表わせ .

(2-c) b を , a を用いた式で表わせ .

(2-d) X の平均 $E(X)$ を , a を用いた式で表わせ .

微分積分

問 1 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = 2x + \int_0^2 f(t) dt$$

問 2

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ のとき,

$$x \leq \tan x \leq \frac{1}{\cos^2 x} \cdot x$$

であることを証明せよ。

問 3 以下の関数について, 次の問いに答えよ。

$$f(x) = x^3 e^{2x} \quad (x \geq 0)$$

(1) $f'(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = 0, x = 1$ で囲まれた図形の面積

$$S = \int_0^1 f(x) dx$$

を求めよ。

微分方程式/フーリエ・ラプラス変換

問1 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = U\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (0 \leq x)$$

$$y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ただし $U(x)$ は、以下のように表される単位ステップ関数とする.

$$U(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ 1 & (0 \leq x) \end{cases}$$

問2 図1, 図2の波形について, 次の問いに答えよ. なお $0 \leq t$ とする. 任意の関数 $f(t)$ ($-\infty < t < \infty$) に対するフーリエ変換を以下の式で定義する.

$$F[f(t)](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

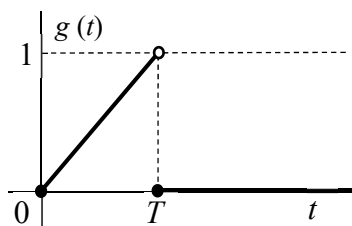


図1 三角波

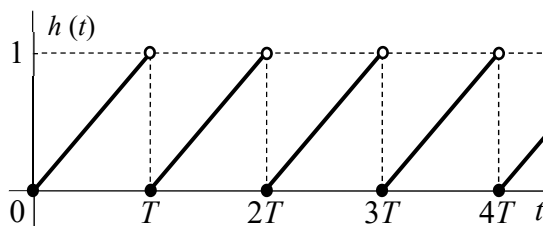


図2 のこぎり形周期関数

- (1) 図1の三角波 $g(t)$ をフーリエ変換せよ.
- (2) 三角波が周期 T で無限に繰り返される図2の波形 $h(t)$ をフーリエ変換せよ.

線形代数

問1 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2+i \\ 1-i \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1+2i \\ 1+i \end{pmatrix}$ とする。 $\mathbf{a}$ と $\mathbf{b}$ の内積 $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ と, $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ のノルム $\|\mathbf{a}\|$, $\|\mathbf{b}\|$ を求めよ。ただし, $i = \sqrt{-1}$ とする。

問2 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ とする。 $\mathbf{A}$ の余因子行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ を求めよ。

情報理論

次の各問に答えよ.

問 1 次の事象系 S で表される独立生起情報源について, この情報源からの出力を 2 つずつまとめた 4 種類の通報 00, 01, 10, 11 を, 2 元ハフマン符号で符号化せよ.

$$S: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

問 2 問 1 の符号について, 平均符号長 L_1 を小数第 2 位まで求めよ.

問 3 次の事象系 A で表される独立生起情報源について, 2 元ハフマン符号で符号化せよ.

$$A: \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n & a_{n+1} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \cdots & \frac{1}{2^n} & \frac{1}{2^n} \end{pmatrix}$$

問 4 問 3 の符号について, 平均符号長 L_2 を n で表せ.

ただし, 必要であれば, 次の関係を用いても良い.

$$x + 2x^2 + \cdots + nx^n = \frac{x - (n+1)x^{n+1} + nx^{n+2}}{(1-x)^2} \quad [0 \leq x < 1]$$